

# 面向大规模 MIMO 下行多用户迫零预编码的交替训练研究

张铖<sup>1,2</sup>, 丁敏捷<sup>1</sup>, 刘畅<sup>1</sup>, Yindi Jing<sup>3</sup>, 俞菲<sup>1</sup>, 黄永明<sup>1,2</sup>

- (1. 东南大学移动通信全国重点实验室, 江苏 南京 210096;
2. 网络通信与安全紫金山实验室, 江苏 南京 211111;
3. 阿尔伯塔大学电气与计算机工程系, 埃德蒙顿 T6G1H9)

**摘要:** 为解决频分双工大规模 MIMO 的信道获取开销问题, 针对服务质量保障与基站采用迫零 (ZF) 预编码的典型场景, 引入对信干噪比 (SINR) 的监督机制, 设计多用户逐根天线交替训练方案。进而考虑交替训练引入的时间开销, 设计基于天线分组的多用户交替训练方案。然后推导了 2 种方案的平均训练长度、传输成功率以及平均有效和频谱效率闭合表达式。理论与仿真揭示了发射功率、SINR 阈值、用户数、分组长度与信道误差水平等参数的影响, 并证明相比全训练与部分训练, 所提方案可显著降低导频开销, 提升传输成功率。

**关键词:** 大规模 MIMO; 多用户; 信道获取; 迫零预编码; 交替训练

中图分类号: TN92

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2023163

## Research on interleaved training for massive MIMO downlink with multi-user zero-forcing precoding

ZHANG Cheng<sup>1,2</sup>, DING Minjie<sup>1</sup>, LIU Chang<sup>1</sup>, Yindi Jing<sup>3</sup>, YU Fei<sup>1</sup>, HUANG Yongming<sup>1,2</sup>

1. National Mobile Communication Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China
2. Purple Mountain Laboratories, Nanjing 211111, China
3. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Alberta, Edmonton T6G1H9, Canada

**Abstract:** To solve the channel acquisition overhead problem of frequency division duplex massive MIMO, for the typical scenario of zero-forcing (ZF) precoding at the base station with users' quality of service guarantee, a supervisory mechanism for the signal-to-interference-and-noise ratio (SINR) was introduced, and a multi-user antenna-by-antenna interleaved training scheme was designed. Then, considering the additional time overhead introduced by the interleaved training, a multi-user interleaved training scheme based on antenna grouping was designed. Closed-form expressions of the average training length, transmission success rate, and average effective sum spectrum efficiency were derived for the proposed schemes. Theoretical and simulation results reveal the impact of transmit power, SINR threshold, user number, group length, and the error level of channel on the performance of the proposed schemes, and demonstrate that the proposed schemes significantly reduce the pilot overhead and improve the transmission success rate compared to the full and partial training.

**Keywords:** massive MIMO, multi-user, channel acquisition, zero-forcing precoding, interleaved training

收稿日期: 2023-06-09; 修回日期: 2023-08-17

通信作者: 黄永明, huangym@seu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62271140, No.62225107); 国家重点研发计划基金资助项目 (No.2018YFB1800801); 中央高校基本科研专项资金资助项目 (No.2242022k60002)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.62271140, No.62225107), The National Key Research and Development Program of China (No.2018YFB1800801), Fundamental Research Funds for the Central Universities (No.2242022k60002)

## 0 引言

大规模多输入多输出 (MIMO, multi-input multi-output) 技术自 5G 时代起, 已成为关键空口技术之一。基站端配置数百根甚至数千根天线, 同时为数十个用户提供服务, 通过波束成形提供极高的复用增益, 可显著提高蜂窝网络的频谱效率<sup>[1-2]</sup>。为实现上述增益, 需要基站端获得准确度较高的信道状态信息 (CSI, channel state information), 然而在频分双工 (FDD, frequency division duplex) 通信模式下, 上下行信道互易性不再成立, 下行 CSI 获取涉及导频传输、CSI 估计与反馈等步骤, 获取开销随着基站天线、用户和子载波数量的增长呈线性增长。因此, 如何突破传统 CSI 获取技术的瓶颈, 降低信道获取开销, 成为 FDD 大规模 MIMO 技术亟待解决的重要问题。

3GPP 标准主要依赖基于码本的信道获取方式实现信道特征的提取与反馈<sup>[3]</sup>。但随着大规模 MIMO 系统天线数目显著增多, 为提升码本反馈的精度, 码本大小也必须随之扩大, 导致极高的反馈开销。此外, 基于码本的信道获取方案未来还将面临无蜂窝大规模 MIMO 与超大规模 MIMO 场景下的一系列挑战<sup>[4]</sup>。在当前学术界的主流研究中, 信道获取一般从以下 2 个方面考虑: 从领域知识模型出发, 挖掘信道统计或结构特性; 从数据驱动结合人工智能 (AI, artificial intelligence) 建模的角度出发, 利用 AI 方法进行 CSI 估计与反馈。

领域知识模型驱动类信道获取研究主要关注基于压缩感知 (CS, compressed sensing) 的信道估计技术, 其关键在于利用无线信道在时延和角度域的稀疏性<sup>[5-6]</sup>。例如, 文献[7]利用 CSI 的时间相关性和大规模 MIMO 信道的块稀疏结构, 基于信道相关性辅助设计最小绝对值收敛和选择算子 (LASSO) 算法, 有效减少了下行 CSI 获取开销。文献[8]则利用结构化涡轮 CS 框架, 挖掘大规模 MIMO 正交频分复用系统的角度频率与角度时延域结构化稀疏性, 相比传统 CS 方法可获得更快的收敛速度与更低的估计误差。然而, 利用 CS 进行信道估计在很大程度上依赖于信道稀疏的假设, 且在基站端基于压缩 CSI 的重建算法多为迭代过程, 仍需要耗费大量的时间和计算资源。

领域知识模型驱动的另一类研究主要侧重于如何充分利用 FDD 系统上下行链路信道的部分互易性, 以减少反馈开销。文献[9]基于上下行信道的

角度互易性与用户统计信漏噪比 (SLNR, signal-to-leakage-and-noise ratio) 最大化准则, 提出一种针对无蜂窝大规模 MIMO 系统的主路径选择低开销信道反馈方案。由于其采用劣端口剔除式路径选择, 因此在总路径数较多而所选择路径数相对较少时, 会导致较高的复杂度开销。

除上述传统的 CSI 估计与反馈方法以外, 近几年深度学习 (DL, deep learning) 技术被广泛应用于大规模 MIMO 系统的信道估计和反馈方案设计中。其中, 在信道估计方面最常见的应用主要是与 CS 技术相结合<sup>[10]</sup>; 在 CSI 反馈方面则主要通过基于 DL 的自动编码器进行 CSI 压缩和重构, 以减少反馈开销<sup>[11]</sup>。从实际部署的角度考虑, 基于 DL 的信道获取方案仍需要更多的研究支撑。

目前, CSI 获取研究中导频训练与信道估计方案有 3 个共同点: 1) 估计所有信道系数; 2) 使用固定长度的训练间隔执行信道估计; 3) 不考虑在训练过程中已获得的 CSI 可提供的服务质量 (QoS, quality of service)。当天线数目较多时, 上述特点可能限制训练和数据传输之间的平衡, 系统性能还存在进一步优化的空间。已有研究提出交替训练的概念, 具有训练长度适应瞬时 CSI 和用户 QoS 要求的特点。文献[12-13]针对具有独立同分布瑞利衰落信道的单用户 MIMO 下行链路, 提出了一种交替训练设计。其核心在于将导频传输与 CSI 反馈交替进行训练, 当发射端已获取的 CSI 足够维持所需的传输速率, 即中断不会发生时, 系统立即停止天线训练以降低平均导频开销。文献[14]针对单用户和多用户数模混合大规模 MIMO 系统, 分别设计了相应的交替波束训练与传输方案。文献[15-16]进一步考虑采用最大比发送 (MRT, maximum ratio transmission) 预编码的多用户大规模 MIMO 下行系统, 提出了一种基于用户信干噪比 (SINR, signal-to-interference-and-noise ratio) 的交替训练方案, 可在不损失多用户中断性能的前提下, 大幅减少导频开销。

上述设计为降低 CSI 获取开销提供了新的研究思路, 即在满足用户 QoS 约束下, 通过交替训练这种自适应“部分训练”的机制充分挖掘天线冗余, 以降低平均训练开销。实际多用户场景下, 迫零 (ZF, zero-forcing) 预编码在用户干扰较强或信噪比 (SNR, signal-to-noise-ratio) 水平较高时, 相比 MRT 预编码更常用<sup>[17-18]</sup>, 基于 SINR 的多用户交替训练在 ZF 预编码下的理论性能有待研究。此外, 已有方案主

要考虑逐根天线交替训练的方式, 由于交替训练存在用户端信道反馈与基站端 SINR 检验的步骤, 逐根天线交替训练会引入较大的额外时间开销。

本文针对多用户 FDD 大规模 MIMO 下行信道获取的高开销问题, 考虑具有 QoS 约束与基站采用 ZF 预编码的典型场景, 借鉴已有面向 MRT 预编码的多用户逐根天线交替训练方案, 设计了面向 ZF 预编码的多用户逐根天线交替训练方案, 并推导了该方案在瑞利信道条件下的平均训练长度、传输功率与平均有效和频谱效率指标的闭合表达式。

随后考虑由交替训练引入的额外时间开销对传输成功率的影响, 提出一种基于天线分组的多用户交替训练方案, 并给出其性能闭合表达式以及分组长度的优化设计, 可以少量的导频训练开销为代价, 显著降低额外时间开销, 从而提升实际传输成功率。分析与仿真结果揭示了基站发射功率、SINR 阈值、用户数、分组长度与信道估计反馈误差等系统关键参数对所提方案性能的影响, 并证明了相比天线全训练以及部分训练, 所提面向 ZF 的多用户逐根天线交替训练方案可显著提高系统传输成功率, 降低导频训练开销; 而基于天线分组的多用户交替训练设计则可进一步减小额外时间开销, 同时提高系统传输成功率。

## 1 系统模型

考虑单小区多用户大规模 MIMO 下行链路系统模型, 基站处配备大规模天线阵列, 使用相同的时频资源服务多个用户。基站处部署的天线数量为  $M$ , 其中  $M \gg 1$ , 天线阵列具有全射频链。用户数为  $U$ , 且各用户配置单天线。

### 1.1 信道模型

假设信道具有频率平坦和块衰落性质, 在每个时间块内, 基站到用户  $u$  的信道矢量  $\mathbf{g}_u \in \mathbb{C}^{1 \times M}$  表示为

$$\mathbf{g}_u = \sqrt{\beta_u} \mathbf{h}_u \quad (1)$$

其中,  $\beta_u$  表示与距离有关的大尺度信道系数,  $\mathbf{h}_u \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M)$  表示小尺度衰落, 且假设用户之间的小尺度信道矢量  $\mathbf{h}_u$  互相独立, 则小尺度信道矩阵表示为  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_U^T]^T \in \mathbb{C}^{U \times M}$ 。定义大尺度衰落系数矩阵  $\mathbf{B} = \text{diag}(\sqrt{\beta_1}, \dots, \sqrt{\beta_U})$ , 则系统的整个信道矩阵可以写为

$$\mathbf{G} = \mathbf{B}\mathbf{H} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1^T, \dots, \mathbf{g}_U^T]^T \in \mathbb{C}^{U \times M}$ 。

### 1.2 交替训练与传输模型

定义单个天线的训练时隙长度为 1, 相干时间间隔为  $\tau$ 。相干时间间隔可分成 2 个部分: 训练间隔和数据传输间隔。在训练间隔中, 基站发送训练导频, 用户基于其接收的信号进行 CSI 估计, 并将 CSI 反馈给基站端; 在数据传输间隔中, 基站端使用在训练间隔中获得的 CSI 设计传输预编码以发送数据。若用  $t$  表示训练天线数, 即训练间隔的长度, 则数据传输间隔的长度为  $t_D = \tau - t$ 。基站向  $U$  个用户发送  $U$  个独立信息流至少需要  $U$  根天线来提供所需的复用增益, 因此最小训练长度为  $t = U$ 。当  $t = M$  时, 此部分训练方案等同于全训练方案。

记基站的前  $t$  根天线到  $U$  个用户的信道矩阵为

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{0}_{M-t,t} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{I}_t$  为  $t \times t$  维单位矩阵,  $\mathbf{0}_{m,n}$  为全零矩阵。假设在长度为  $t$  的训练间隔后, 基站获取的部分信道矩阵用  $\tilde{\mathbf{H}}(t) \in \mathbb{C}^{U \times t}$  表示, 可以得到

$$\tilde{\mathbf{H}}(t) = \mathbf{H}(t) - \bar{\mathbf{H}}(t) \quad (4)$$

其中,  $\bar{\mathbf{H}}(t) \in \mathbb{C}^{U \times t}$  为用户端估计前  $t$  根天线的信道系数并进行量化反馈引入的误差。定义  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$ 、 $\mathbf{H}(t)$  与  $\bar{\mathbf{H}}(t)$  的第  $u$  行分别为  $\tilde{\mathbf{h}}_u(t)$ 、 $\mathbf{h}_u(t)$  与  $\bar{\mathbf{h}}_u(t)$ , 一种常用的假设为将信道估计与反馈误差建模为与  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$  不相关的复高斯噪声, 即  $\bar{\mathbf{h}}_u(t) \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \sigma_u^2 \mathbf{I}_t)$ , 且不同用户的信道误差相互独立, 其中  $\sigma_u^2$  表示用户  $u$  的信道误差水平。相应地, 有  $\tilde{\mathbf{h}}_u(t) \sim \text{CN}(\mathbf{0}, (1 - \sigma_u^2) \mathbf{I}_t)$ 。

基站端基于  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$  设计得到下行预编码矩阵  $\mathbf{W}(t) \in \mathbb{C}^{t \times U}$ , 即  $\mathbf{W}(t) = [\mathbf{w}_1(t), \dots, \mathbf{w}_U(t)]$ , 且满足  $\|\mathbf{w}_u(t)\| = 1, \forall u = 1, \dots, U$ 。令发送数据矢量表示为  $\mathbf{s}$ , 其第  $u$  个元素  $s_u$  表示发送给用户  $u$  的数据符号, 则接收信号可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{H}(t)\mathbf{W}(t)\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{n} \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_U)$  表示具有归一化单位能量的噪声矢量, 其元素之间互相独立,  $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sqrt{P_1}, \dots, \sqrt{P_U})$  表示功率分配矩阵,  $P_u$  表示分配给用户  $u$  的功率, 且有  $\sum_{u=1}^U P_u = P_{\text{tx}}$ ,  $P_{\text{tx}}$  表示基站

总发射功率。因此, 用户  $u$  的接收信号为

$$y_u = \underbrace{\sqrt{\beta_u} \tilde{\mathbf{h}}_u(t) \mathbf{w}_u(t) \sqrt{P_u s_u}}_{\text{期望信号}} + \underbrace{\sqrt{\beta_u} \tilde{\mathbf{h}}_u(t) \mathbf{w}_u(t) \sqrt{P_u s_u}}_{\text{信道误差带来的期望信号噪声}} + \underbrace{n_u}_{\text{接收机噪声}} + \underbrace{\sqrt{\beta_u} \sum_{v=1, v \neq u}^U \tilde{\mathbf{h}}_v(t) \mathbf{w}_v(t) \sqrt{P_v s_v}}_{\text{多用户干扰}} + \underbrace{\sqrt{\beta_u} \sum_{v=1, v \neq u}^U \tilde{\mathbf{h}}_v(t) \mathbf{w}_v(t) \sqrt{P_v s_v}}_{\text{信道误差带来的多用户干扰噪声}} \quad (6)$$

由于信道估计反馈误差未知, 且预编码矩阵仅基于基站获得的 CSI 估计设计, 从而用户  $u$  的 SINR 可以写成

$$\text{SINR}_u(t) = \frac{P_u \beta_u |\tilde{\mathbf{h}}_u(t) \mathbf{w}_u(t)|^2}{\beta_u \sum_{v=1, v \neq u}^U P_v |\tilde{\mathbf{h}}_v(t) \mathbf{w}_v(t)|^2 + \beta_u \sum_{v=1}^U P_v \mathbb{E} \left\{ |\tilde{\mathbf{h}}_v(t) \mathbf{w}_v(t)|^2 \right\} + 1} = \frac{P_u \beta_u |\tilde{\mathbf{h}}_u(t) \mathbf{w}_u(t)|^2}{\beta_u \sum_{v=1, v \neq u}^U P_v |\tilde{\mathbf{h}}_v(t) \mathbf{w}_v(t)|^2 + \beta_u \sigma_u^2 \sum_{v=1}^U P_v + 1} \quad (7)$$

文献[15-16]针对 MRT 预编码, 面向多用户大规模 MIMO 提出基于 SINR 的交替训练, 其基本思想是基站每次发送一个导频以训练一根天线的信道, 直到可用 CSI 能够支持所有用户的 SINR 要求, 其中用户  $u$  的 SINR 或者速率满足

$$\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u \Leftrightarrow R_u(t) \geq \text{lb}(1 + \gamma_u) \quad (8)$$

其中,  $\gamma_u$  为期望的 SINR 阈值。基于 SINR 的逐根天线交替训练方案的主要步骤为在初始化阶段, 基站从其前  $U$  根天线一次发送  $U$  个导频, 每个用户估计其信道并将估计信道系数反馈给基站端。该步骤占用  $U$  个训练时隙, 基站端获得由全信道矩阵  $\mathbf{H}$  的前  $U$  列反馈值组成的  $U \times U$  信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}(U)$ ; 在初始化步骤之后, 设置  $t = U$ , 基站端利用  $\tilde{\mathbf{H}}(U)$  依据式(7)计算用户的  $\text{SINR}_1(U), \dots, \text{SINR}_U(U)$ , 并且与对应的 SINR 阈值  $\gamma_u$  比较。如果所有用户的 SINR 均达到阈值, 则结束天线训练阶段; 否则, 基站继续用未经训练的第  $t+1$  根天线发送导频, 供用户进行信道估计并反馈。此时设置  $t = t+1$ , 并更新此时用户的  $\text{SINR}_1(t), \dots, \text{SINR}_U(t)$ 。重复 SINR 检验与天线训练过程, 直到所有用户的 SINR 满足阈值, 或者  $M$  根天线全部被训练, 则停止训练阶段, 开始数据传输。

## 2 多用户 ZF 交替训练方案

实际多用户场景下, 当用户间干扰水平较强或系统 SINR 水平较高时, ZF 预编码相比 MRT 预编码更适用, 本文在 ZF 预编码下研究交替训练方案的性能。

### 2.1 逐根天线交替训练

定义  $\mathbf{w}_u(t) = \frac{\mathbf{v}_u(t)}{\|\mathbf{v}_u(t)\|}$ , 其中  $\mathbf{v}_u(t)$  是  $\mathbf{V}(t)$  的第  $u$  列,

且有  $\mathbf{V}(t) = \tilde{\mathbf{H}}^H(t) \left( \tilde{\mathbf{H}}(t) \tilde{\mathbf{H}}^H(t) \right)^{-1}$ 。此时, 式(7)可以写作

$$\text{SINR}_u(t) = \frac{P_u \beta_u}{\left[ \left( \tilde{\mathbf{H}}(t) \tilde{\mathbf{H}}^H(t) \right)^{-1} \right]_{u,u} \left( \beta_u \sigma_u^2 \sum_{v=1}^U P_v + 1 \right)} \quad (9)$$

借鉴前述面向 MRT 预编码的逐根天线交替训练步骤, 本节提出多用户 ZF 预编码逐根天线交替训练算法, 如算法 1 所示。

**算法 1** 多用户 ZF 预编码逐根天线交替训练算法

**初始化** 基站用前  $U$  根天线向用户发送  $U$  个导频, 用户估计对应的  $U \times 1$  信道矢量  $\tilde{\mathbf{h}}_1(U), \dots, \tilde{\mathbf{h}}_U(U)$  并反馈, 以供基站端获取  $\tilde{\mathbf{H}}(U) = \left[ \tilde{\mathbf{h}}_1^T(U), \dots, \tilde{\mathbf{h}}_U^T(U) \right]^T$

- 1) 定义  $t = U$ , Flag = 0;
- 2) 基站端使用式(9)计算各用户的 SINR, 即  $\text{SINR}_1(t), \dots, \text{SINR}_U(t)$ ;
- 3) if  $\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u$  then
- 4) Flag = 1;
- 5) end if
- 6) while Flag == 0 and  $t < M$  do
- 7) 基站用第  $t+1$  根天线发送导频, 用户估计对应的信道系数  $\tilde{\mathbf{h}}_{u,t+1}$  并反馈至基站端;
- 8) 基站端使用式(9), 基于已获取的 CSI 即  $\tilde{\mathbf{H}}(t+1) = \left[ \tilde{\mathbf{H}}(t), \left[ \tilde{\mathbf{h}}_{1,t+1}, \dots, \tilde{\mathbf{h}}_{U,t+1} \right]^T \right]$  计算各用户的 SINR, 即  $\text{SINR}_1(t), \dots, \text{SINR}_U(t)$ ;
- 9)  $t = t+1$ ;
- 10) if  $\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u$  then
- 11) Flag = 1;
- 12) end if
- 13) end while

14) 基站侧利用已经获取的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$  计算预编码矩阵  $\mathbf{W}(t)$

**引理 1** 定义  $X_u = \text{SINR}_u(t)$ ,  $X_u$  的分布为  $X_u \sim \text{Gamma}\left(t-U+1, \frac{P_u \beta_u}{\delta_u^2}\right)$ , 其概率密度函数 (PDF, probability density function) 为

$$f_{X_u}(x_u) = \frac{\delta_u^2 e^{-\frac{\delta_u^2 x_u}{P_u \beta_u}}}{P_u \beta_u (t-U)!} \left(\frac{\delta_u^2 x_u}{P_u \beta_u}\right)^{t-U} \quad (10)$$

**证明** 由于  $\mathbf{h}(t)$  之间相互独立且均为零均值复高斯随机变量, 因此  $\tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\mathbf{H}}^H(t)$  是复 Wishart 矩阵。定义  $\Phi = \text{diag}(1-\sigma_1^2, \dots, 1-\sigma_U^2)$  与  $\mathbf{Z} = \Phi^{-1}\tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\mathbf{H}}^H(t)$ ,  $\tilde{\mathbf{h}}(i)$  为  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$  的第  $i$  列且满足  $\tilde{\mathbf{h}}(i) \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \text{diag}(1-\sigma_1^2, \dots, 1-\sigma_U^2))$ ,  $i=1, \dots, t$ 。定义  $\mathbf{R}_i = \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{h}}(i)\tilde{\mathbf{h}}(i)^H\}$ , 有  $\mathbf{Z} \sim \text{CW}(\Phi^{-1}\mathbf{R}_i, t, U)$ , 即自由度为  $t$ 、维度为  $U$  且尺度为  $\Phi^{-1}\mathbf{R}_i$  的中心复 Wishart 分布。式(9)可以进一步表示为

$$X_u = \frac{P_u \beta_u}{\delta_u^2 [\mathbf{Z}^{-1}]_{u,u}} = \frac{P_u \beta_u \det \mathbf{Z}}{\delta_u^2 \det \mathbf{Z}_{u,u}} = \frac{P_u \beta_u}{\delta_u^2} \det \mathbf{Z}_{u,u}^c \quad (11)$$

其中,  $\delta_u^2 \triangleq \frac{\beta_u \sigma_u^2 \sum_{v=1}^U P_v + 1}{1 - \sigma_u^2}$ ,  $\mathbf{Z}_{u,u}$  为  $\det \mathbf{Z}$  的第  $u$  个对角线元素  $z_{u,u}$  的代数余子式,  $\det \mathbf{Z}_{u,u}^c \det \mathbf{Z}_{u,u} = \det \mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Z}_{u,u}^c$  是  $\mathbf{Z}_{u,u}$  的舒尔补。根据文献[19]可以将  $\det \mathbf{Z}_{u,u}^c$  建模成自由度为  $t-U+1$ 、维度为 1 且尺度为 1 的中心复 Wishart 分布, 即  $\det \mathbf{Z}_{u,u}^c \sim \text{CW}(1, t-U+1, 1)$ , 结合式(11), 有  $X_u \sim \text{Gamma}\left(t-U+1, \frac{P_u \beta_u}{\delta_u^2}\right)$ , 因此可以得到式(10)所示的 PDF。证毕。

**引理 2** 当训练长度为  $t$  时, 所有用户的 SINR 均达到阈值的概率用函数  $\varphi(t)$  表示, 即

$$\varphi(t) = \mathbb{P}[\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u] \approx \prod_{u=1}^U \mathbb{P}[\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u] = \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u} \sum_{i=0}^{t-U} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!}} \quad (12)$$

**证明** 对于  $\mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\mathbf{H}}^H(t)$ , 定义矩阵  $\mathbf{D}$  为  $\mathbf{Z}$  的对角元素组成的对角阵, 矩阵  $\mathbf{E} = \mathbf{Z} - \mathbf{D}$  包含  $\mathbf{Z}$  的非对角元素, 可以得到

$$\mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\mathbf{H}}^H(t) = \mathbf{D} + \mathbf{E} = \mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{E}) \quad (13)$$

则  $\mathbf{Z}^{-1}$  可以表示为 Neumann 级数展开

$$\mathbf{Z}^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i (\mathbf{D}^{-1}\mathbf{E})^i \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{D}^{-1} + \dots \quad (14)$$

并且其对角线元素满足

$$(\mathbf{Z}^{-1})_{u,u} \approx (\mathbf{D}^{-1})_{u,u} - (\mathbf{D}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{D}^{-1})_{u,u} = (\mathbf{D}^{-1})_{u,u} \quad (15)$$

由于

$$(\mathbf{D}^{-1})_{u,u} = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{h}}_u(t)\|^2} = \frac{1}{\sum_{m=1}^t |\tilde{h}_{u,m}|^2} \quad (16)$$

且由于  $\tilde{\mathbf{h}}_u(t)$  之间相互独立, 根据文献[20]中的定理 4.3.5,  $\frac{1}{\|\tilde{\mathbf{h}}_u(t)\|^2}$  之间也相互独立, 因此可近似认为  $(\mathbf{Z}^{-1})_{u,u}$  相互独立。因此为简化推导, 认为用户之间 SINR 达到阈值的事件之间相互独立。结合式(10)通过简单积分计算可得式(12)。证毕。

由于交替训练的训练长度取决于瞬时 CSI, 用随机变量  $T$  表示一次信道实现对应的训练长度,  $t$  表示训练长度的特定取值。若用  $\mathcal{A}(t')$  表示事件  $\text{SINR}_u(t') \geq \gamma_u, \forall u=1, \dots, U$ , 则事件  $T \leq t$  可以表示为  $\bigcup_{t'=1}^t \mathcal{A}(t')$ 。对于  $t=U, \dots, M-1$ , 可以得到  $\mathbb{P}[T \leq t]$  的上下界分别为

$$\mathbb{P}[T \leq t] = \mathbb{P}\left[\bigcup_{t'=1}^t \mathcal{A}(t')\right] \geq \mathbb{P}[\mathcal{A}(t)] \quad (17)$$

$$\mathbb{P}[T \leq t] \leq \mathbb{P}[\mathcal{A}(t)] + \mathbb{P}\left[\bigcup_{t'=1}^{t-1} \mathcal{A}(t') \cap \mathcal{A}(t)^c\right] \quad (18)$$

其中,  $\bigcup_{t'=1}^{t-1} \mathcal{A}(t') \cap \mathcal{A}(t)^c$  表示训练长度小于  $t$  时满足而训练长度等于  $t$  时却不满足所有用户 SINR 需求的事件集合。由于理论上更长的训练长度会提高用户的 SINR, 因此可以认为  $\mathbb{P}\left[\bigcup_{t'=1}^{t-1} \mathcal{A}(t') \cap \mathcal{A}(t)^c\right]$  小于  $\mathbb{P}[\mathcal{A}(t)]$ 。这里使用式(17), 即下界, 作为训练长度  $T$  的近似累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function), 因此对于  $t=U, \dots, M-1$ , 有

$$F_T(t) = \mathbb{P}[T \leq t] \approx \mathbb{P}[\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u] \quad (19)$$

进一步可以得到

$$F_T(t) \approx \begin{cases} 0, & t < U \\ \varphi(\lfloor t \rfloor), & U \leq t < M \\ 1, & t \geq M \end{cases} \quad (20)$$

**定理 1** 算法 1 中所提逐根天线交替训练方案的平均训练长度为

$$T_{\text{ave}} = M - \sum_{n=0}^{M-1-U} \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^n \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} \quad (21)$$

**证明** 根据式(20)，训练长度的概率质量函数 (PMF, probability mass function) 可以写作

$$P_T(t) \approx \begin{cases} \varphi(U), & t = U \\ \varphi(t) - \varphi(t-1), & t = U+1, \dots, M-1 \\ 1 - \varphi(M-1), & t = M \end{cases} \quad (22)$$

训练长度的特定取值范围为  $U \leq t \leq M$ ，因此平均训练长度可以表示为

$$\begin{aligned} T_{\text{ave}} &= \sum_{t=U}^M t P_T(t) = \\ &M - \sum_{t=U}^{M-1} F_T(t) \approx M - \sum_{t=U}^{M-1} \varphi(t) \end{aligned} \quad (23)$$

将式(12)代入式(23)即可得到定理 1。证毕。

**推论 1** 考虑当所有用户的 SINR 阈值  $\gamma_u$  相等时，即  $\gamma_u = \gamma$ ， $u=1, \dots, U$ ， $T_{\text{ave}}$  会随着  $\gamma$  的增加而增加，当  $\gamma$  增大到一定值时， $T_{\text{ave}}$  在数值上等于  $M$ 。

**证明** 定义连乘函数  $y_n(\gamma)$  为

$$y_n(\gamma) = \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^n \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} = \prod_{u=1}^U y_{n,u}(\gamma) \quad (24)$$

经计算可以得到

$$\frac{\partial y_n(\gamma)}{\partial \gamma} = \sum_{v=1}^U \frac{\partial y_{n,u}(\gamma)}{\partial \gamma} \prod_{u=1, u \neq v}^U y_{n,u}(\gamma) \quad (25)$$

由于  $\frac{\partial y_{n,u}(\gamma)}{\partial \gamma} < 0$ ，因此连乘函数的导数

$\frac{\partial y_n(\gamma)}{\partial \gamma} < 0$ ，对应地有  $\frac{\partial T_{\text{ave}}}{\partial \gamma} > 0$ 。当  $\gamma$  提高时， $T_{\text{ave}}$

也会增大。定义  $a = \frac{\delta_u^2 \gamma}{P_u \beta_u}$ ，由于  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a^i}{i! e^a} = 0$ ，因此当  $\gamma$  增大到一定值时，在数值上等于  $M$ 。证毕。

**推论 2** 考虑当所有用户的发射功率  $P_u$  相等时，即  $P_u = \frac{P_{\text{tx}}}{U}$ ， $u=1, \dots, U$ ，当  $P_{\text{tx}} \rightarrow 0$ ， $T_{\text{ave}}$  在数值上

等于  $M$ ，且随着  $P_{\text{tx}}$  持续增加， $T_{\text{ave}}$  将从  $M$  开始减小。

**证明** 同推论 1，类似地，定义  $a = \frac{U \gamma_u \delta_u^2}{P_{\text{tx}} \beta_u}$ ，当

$P_{\text{tx}}$  很小时，由于  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a^i}{i! e^a} = 0$ ，因此  $T_{\text{ave}}$  在数值上趋近  $M$ 。对于连乘函数  $y_n(P_{\text{tx}})$ ，有

$$y_n(P_{\text{tx}}) = \prod_{u=1}^U e^{-\frac{U \gamma_u \delta_u^2}{P_{\text{tx}} \beta_u}} \sum_{i=0}^n \frac{\left(\frac{U \gamma_u \delta_u^2}{P_{\text{tx}} \beta_u}\right)^i}{i!} = \prod_{u=1}^U y_{n,u}(P_{\text{tx}}) \quad (26)$$

易证  $\frac{\partial y_n(P_{\text{tx}})}{\partial P_{\text{tx}}} > 0$ ，对应地有  $\frac{\partial T_{\text{ave}}}{\partial P_{\text{tx}}} < 0$ 。所以当

$P_{\text{tx}}$  提高时， $T_{\text{ave}}$  会减小。证毕。

当且仅当  $t = M$  且存在  $u$  使  $\text{SINR}_u(M) \leq \gamma_u$  时会发生中断，故传输阶段的中断概率可以表示为

$$P_{\text{out}} = 1 - \varphi(M) \quad (27)$$

这与全训练方案的中断概率相同，所提逐根天线交替方案可以在不损失中断性能的情况下节省训练开销。

更长的训练间隔可以获取更好的 CSI，从而为每个数据传输间隔实现更好的性能，但总的传输间隔长度也随之减小。为研究训练间隔的长度  $t$  与数据传输间隔的长度  $t_D = \tau - t$  之间存在的折中关系，引入传输成功率  $r_{\text{su}}$  进行评估。给定信道相干时间间隔  $\tau$ ，即时隙总数为  $\tau$ ，传输成功率定义为传输成功时隙数与总时隙数的比率。在成功的数据传输时隙中，需要每个用户的 SINR 均高于所需的 SINR 阈值，因此，所提逐根天线交替训练方案的传输成功率  $r_{\text{su}}$  的计算式为

$$\begin{aligned} r_{\text{su}} &= \sum_{t=U}^M [\varphi(t) - \varphi(t-1)] \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) = \\ &\sum_{t=U}^M [\varphi(t) - \varphi(t-1)] - \frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^M t \varphi(t) + \frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^M t \varphi(t-1) = \\ &\left(1 - \frac{M}{\tau}\right) \varphi(M) + \frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{M-1} \varphi(t) \end{aligned} \quad (28)$$

全训练的传输成功率为

$$r_{\text{su},0} = \left(1 - \frac{M}{\tau}\right) \varphi(M) \quad (29)$$

固定部分训练长度  $t = t_0$  的传输成功率为

$$r_{\text{su},1} = \left(1 - \frac{t_0}{\tau}\right) \varphi(t_0) \quad (30)$$

对比式(28)与式(29)，所提逐根天线交替训练方

案相比全训练方案在传输成功率上提升  $\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{M-1} \varphi(t)$ 。分析所提逐根天线交替训练方案与固定部分训练方案的传输成功率之差为

$$\begin{aligned}
 r_{\text{su}} - r_{\text{su},1} &= \left(1 - \frac{M}{\tau}\right) \varphi(M) + \\
 &\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{M-1} \varphi(t) - \left(1 - \frac{t_0}{\tau}\right) \varphi(t_0) \geq \\
 &\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{M-1} \varphi(t) + \frac{t_0 - M}{\tau} \varphi(t_0) = \\
 &\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{t_0-1} \varphi(t) + \frac{1}{\tau} \sum_{t=t_0}^{M-1} \varphi(t) + \frac{t_0 - M}{\tau} \varphi(t_0) \geq \\
 &\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{t_0-1} \varphi(t) + \frac{M - t_0}{\tau} \varphi(t_0) + \frac{t_0 - M}{\tau} \varphi(t_0) = \\
 &\frac{1}{\tau} \sum_{t=U}^{t_0-1} \varphi(t) > 0
 \end{aligned} \tag{31}$$

可知，所提逐根天线交替训练方案在传输成功率方面的性能也优于固定部分训练方案。

除了传输成功率之外，还可以定义与之相关的平均有效和频谱效率，即对于所提逐根天线交替训练方案，有

$$\bar{\eta}_{\text{sum}} = \sum_{t=U}^M [\varphi(t) - \varphi(t-1)] \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \eta_{\text{sum}} = r_{\text{su}} \eta_{\text{sum}} \tag{32}$$

其中， $\eta_{\text{sum}} = \sum_{u=1}^U \text{lb}(1 + \gamma_u)$ 。类似地，全训练和固定部分训练方案对应的平均有效和频谱效率分别为  $\bar{\eta}_{\text{sum},0} = r_{\text{su},0} \eta_{\text{sum}}$  和  $\bar{\eta}_{\text{sum},1} = r_{\text{su},1} \eta_{\text{sum}}$ 。

## 2.2 天线分组交替训练

假设每次用户端的 CSI 反馈与基站端的 SINR 检



图 1 逐根天线交替训练下的相干时间分配示意

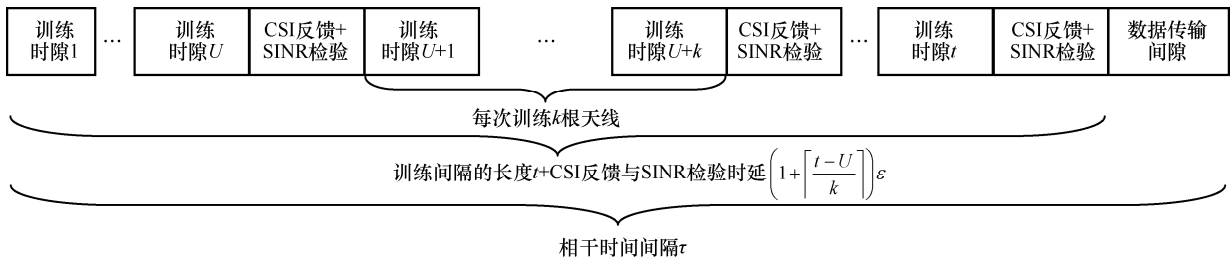


图 2 天线分组交替训练下的相干时间分配示意图成功率差值

验需要占用额外时间开销，其归一化值记为  $\varepsilon$ 。若逐根天线进行交替训练，如图 1 所示，则当训练间隔的长度为  $t$  时，额外时间开销为  $(1+t-U)\varepsilon$ 。为减小上述开销，本文考虑一种基于天线分组的交替天线训练设计，在首次训练前  $U$  根天线后，每次训练  $k$  根天线再进行 SINR 检验。如图 2 所示，产生的额外时间开销可以写作  $\Delta(t, k, \varepsilon) = \left(1 + \left\lceil \frac{t-U}{k} \right\rceil\right) \varepsilon$ 。

基于天线分组的交替训练算法如算法 2 所示。

### 算法 2 基于天线分组的交替训练算法

**初始化** 设定天线分组数  $k$ ，基站用前  $U$  根天线向用户发送  $U$  个导频，用户估计对应的  $U \times 1$  信道矢量  $\tilde{\mathbf{h}}_1(U), \dots, \tilde{\mathbf{h}}_U(U)$  并反馈，以供基站端获取

$$\tilde{\mathbf{H}}(U) = \left[ \tilde{\mathbf{h}}_1^T(U), \dots, \tilde{\mathbf{h}}_U^T(U) \right]^T$$

- 1) 定义  $t = U$ ，Flag = 0;
- 2) 基站端使用式(9)计算各用户的 SINR，即  $\text{SINR}_1(t), \dots, \text{SINR}_U(t)$ ;
- 3) if  $\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u$  then
- 4) Flag = 1;
- 5) end if
- 6) while Flag == 0 and  $t < M$  do
- 7) 基站用第  $t+1$  根到第  $t+1+k$  根天线发送导频，用户  $u$  估计对应的信道系数  $\hat{\mathbf{h}}_{u,t} = [\hat{h}_{u,t+1}, \dots, \hat{h}_{u,t+1+k}]$  并反馈至基站端;
- 8) 基站端使用式(9)，基于已获得的 CSI，即  $\tilde{\mathbf{H}}(t+1) = [\tilde{\mathbf{H}}(t), [\hat{\mathbf{h}}_{1,t}^T, \dots, \hat{\mathbf{h}}_{U,t}^T]^T]^T$  计算用户的 SINR，即  $\text{SINR}_1(t), \dots, \text{SINR}_U(t)$ ;

- 9)  $t = t + k$  ;
- 10) if  $\text{SINR}_u(t) \geq \gamma_u, \forall u$  then
- 11) Flag = 1;
- 12) end if
- 13) end while
- 14) 基站端利用已经获取的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$  计算预编码矩阵  $\mathbf{W}(t)$

**定理 2** 算法 2 中基于天线分组的交替训练方案的平均训练长度为

$$T_{\text{ave}}^{(k)} = M - k \sum_{n=0}^{q-1} \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^{nk} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} - (M - U - qk) \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^{qk} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} \quad (33)$$

$$r_{\text{su}}^{(k)} = \begin{cases} \sum_{i=0}^q [\varphi(U + ik) - \varphi(U + (i-1)k)] \left[1 - \frac{U + ik + \Delta(U + ik, k, \varepsilon)}{\tau}\right], & M = qk + U \\ \sum_{i=0}^q [\varphi(U + ik) - \varphi(U + (i-1)k)] \left[1 - \frac{U + ik + \Delta(U + ik, k, \varepsilon)}{\tau}\right] + \\ [\varphi(M) - \varphi(U + qk)] \left[1 - \frac{M + \Delta(M, k, \varepsilon)}{\tau}\right], & M > qk + U \end{cases} \quad (34)$$

### 3 仿真分析

本节仿真中假设用户在半径为 200 m 的小区内均匀分布。采用城市微小区模型，大尺度衰落满足

$$10 \lg \beta_u = -28 - 20 \lg f - 22 \lg d_u \quad (35)$$

其中， $f$  为载波频率，单位为 MHz； $d_u$  为基站到用户  $u$  的距离，单位为 km。设置  $f = 2.1$  GHz，考虑用户处于典型位置，设置  $\frac{U}{2}$  个小区中心用户在以小区中心为圆心、半径为 50 m 的圆上等间隔分布，另外  $\frac{U}{2}$  个边缘用户在半径为 150 m 的圆上等间隔分布。小区边缘用户的大尺度衰落因子约为 -76 dB。信道相干时间  $\tau = 200$ 。用户侧接收机噪声水平归一化为 1，设置基站总发射功率  $P_{\text{tx}} = [64, 84]$  dB，用户间采用等功率分配，即各用户的发射功率  $P_u$  均相同。考虑各用户的 SINR 阈值相同，取值范围为 [0, 20] dB，对应频谱效率范围为 [1, 6.6582] bit/(s·Hz)。如无特殊说明，基站天线数  $M = 100$ 。

**证明** 见附录 1。

上述分组交替训练方案的中断概率可以表示为  $P_{\text{out}}^{(k)} = 1 - \varphi(M)$ 。

考虑交替训练引入的额外时间开销，其传输成功率可定义为式(34)。通过最大化  $r_{\text{su}}^{(k)}$ ，可以找到最优的天线分组数  $k$ 。注意到， $r_{\text{su}}^{(k)}$  是  $k$  的非凸函数，且由于涉及连乘、求和与求整运算，用分支定界等优化算法难以求解最优解，且计算复杂度大。考虑到 SINR 阈值较高时，需要训练较多的天线以满足需求，天线分组数可以适当取大。随着 SINR 的阈值降低，较大的天线分组数可能会导致较多的训练长度浪费，可适当选择较小的分组长度。因此，最优天线分组数的求解可以结合上述分析并基于式(34)，采用诸如一维遍历搜索的方式获得。平均有效和频谱效率同样需要考虑交替训练引入的额外时间开销，可表示为  $\bar{\eta}_{\text{sum}}^{(k)} = r_{\text{su}}^{(k)} \eta_{\text{sum}}$ 。

#### 3.1 忽略信道误差时的逐根天线交替训练方案性能

图 3 展示了所提逐根天线交替训练方案下训练长度 CDF，并与推导的理论值进行了比较。对于用户数，考虑 3 个值： $U = 6, 12, 18$ ，而基站天线数  $M = 100$ ，用户的 SINR 阈值  $\gamma_u = 5$  dB。从图 3 中可以看到，式(20)表示的闭合表达式是训练长度 CDF 的紧密近似。对于相同的天线数，当用户数增加时，CDF 曲线向右移动，表明需要训练更多的天线来满足相同的 QoS 需求。

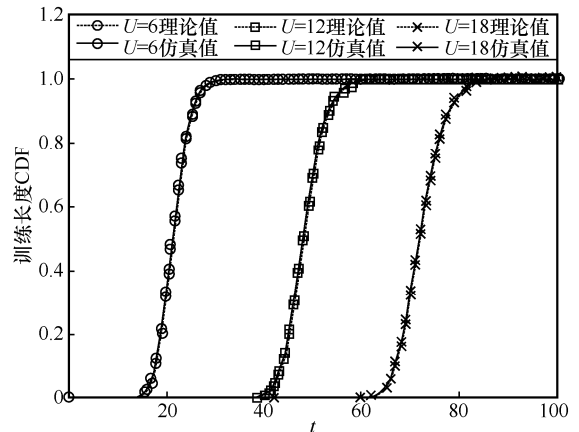


图 3 所提逐根天线交替训练方案下训练长度 CDF

图 4 显示了不同 SINR 阈值下所提逐根天线交替训练方案的平均训练长度，结果验证了推论 1 的正确性。从图 4 可以看到，处于低 SINR 阈值时，平均训练长度增幅缓慢；处于中等 SINR 阈值时，随着  $\gamma_u$  增加，平均训练长度增幅愈加陡峭，当  $\gamma_u$  增大到一定值时， $T_{ave}$  在数值上等于  $M$ ，需要使用全部的天线进行训练以获取全信道进行数据传输。另外，当  $M = 100$ ，用户数从 6 增加到 12 时，用户均满足 SINR 水平的条件更苛刻，因此平均训练长度会更先增长至  $M$ 。

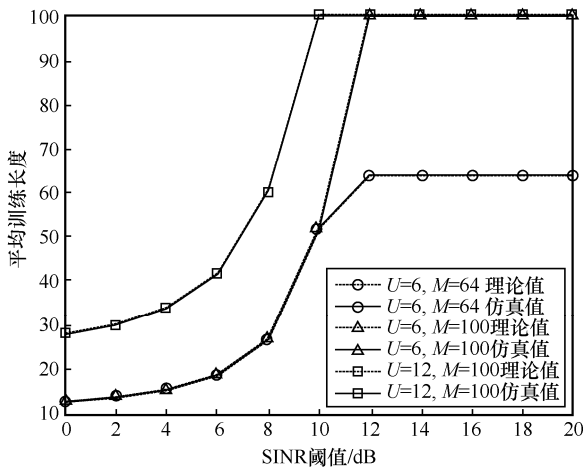


图 4 不同 SINR 阈值下所提逐根天线交替训练方案的平均训练长度

图 5 展示了不同总发射功率下所提逐根天线交替训练方案的平均训练长度，其中用户的 SINR 阈值  $\gamma_u = 5$  dB，结果验证了推论 2 的正确性。从图 5 可以看到，处于低发射功率时，用户的 SINR 较低，需要训练全部天线以满足 QoS 约束；当发射功率提高时， $T_{ave}$  会从  $M$  开始减小。当  $M = 100$ ，用户数从 6 增加到 12 时，所有用户均满足 QoS 约束的概率降低，因此随着总发射功率的增加，平均训练长度从  $M$  开始下降的拐点更滞后。从图 4 和图 5 可以看到，平均训练长度的理论值和仿真值吻合度较高，这说明在引理 2 中采用用户 SINR 相互独立这一近似的合理性。

图 6 给出了不同总发射功率下各方案的传输成功率以及平均有效和频谱效率。注意到，这里没有考虑交替训练引入的额外时间开销。考虑用户数为 8，用户的 SINR 阈值  $\gamma_u = 5$  dB，对应频谱效率值 2.057 4。从图 6 可以看到，仿真值与理论值拟合结果较好。所提逐根天线交替训练方案的传输成功率随着总发射功率的增加而增加，相比其他定长的训练方案以及全训练方案，性能优势明显，平均有效和频谱效率与之趋势一致。此外，对于全训练方案，传输成功率在所考虑

的总发射功率范围内稳定，但是当总发射功率足够大时，其传输成功率以及平均有效和频谱效率不仅低于所提逐根天线交替训练方案，也低于定长部分训练方案。这表明为满足所需的用户 QoS 约束，并不总是需要训练所有信道，否则占用了数据传输间隔。当发射功率大于或等于 75 dB 时， $t = 60$  的部分训练方案比  $t = 80$  的部分训练方案具有更好的传输成功率以及平均有效和频谱效率；当发射功率低于 74 dB 时则相反。即对于较低的信噪比，较长的训练长度更可取；对于较高的信噪比，较短的训练长度更可取。综上所述，所提逐根天线交替训练方案适应可用的瞬时 CSI，以避免用户中断，在 ZF 预编码下具有显著的性能优势。

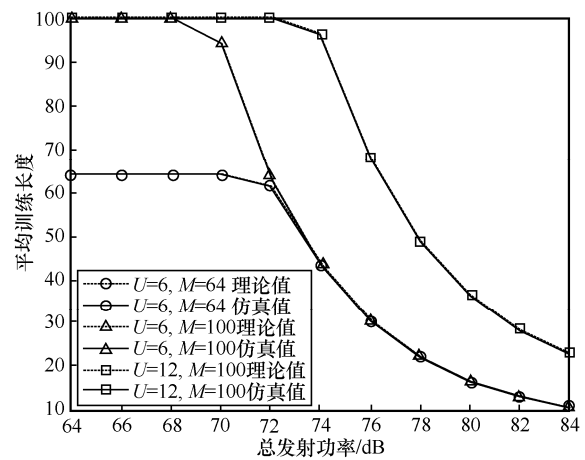


图 5 不同总发射功率下所提逐根天线交替训练方案的平均训练长度

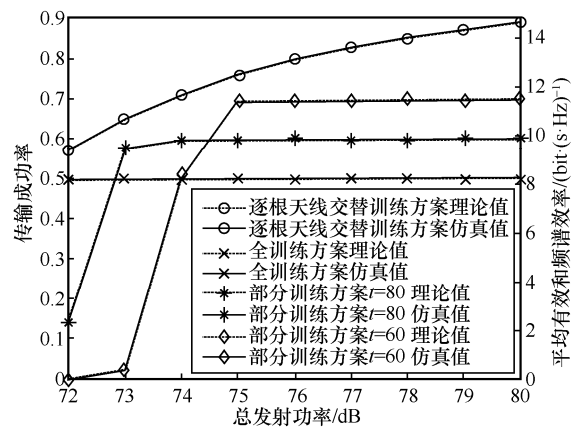


图 6 不同总发射功率下各方案的传输成功率以及平均有效和频谱效率

### 3.2 忽略信道误差时的分组天线交替训练方案性能

图 7 展示了不同天线分组数下所提天线分组交替训练方案的传输成功率。考虑 2 种不同的 SINR 阈值  $\gamma_u = 3, 5$  dB，以及 2 种不同的额外时间开销  $\varepsilon = 0.1, 0.2$ ，发射功率为 75 dB，用户数为 8。从图 7 中可以看到，传输成功率理论值与仿真值高度一

致。由于存在不同的 SINR 阈值，平均有效和频谱效率不方便由双坐标形式给出，但其趋势与传输成功率一致。由于引入额外时间开销  $\varepsilon$ ，在相同的 SINR 阈值下，当  $\varepsilon$  增加时，为了最大化传输成功率，其最优天线分组数也将增加。在相同的额外时间开销  $\varepsilon$  下，SINR 阈值越高，对应的最优天线分组数也会增大。并且对于给定的 SINR 阈值和额外时间开销  $\varepsilon$ ，都能依据传输成功率的最大化确定最优的天线分组数，从而进行交替训练。例如当  $\gamma_u = 5$  dB、 $\varepsilon = 0.2$  时，选择天线分组数  $k = 4$  可获得最优的传输成功率。

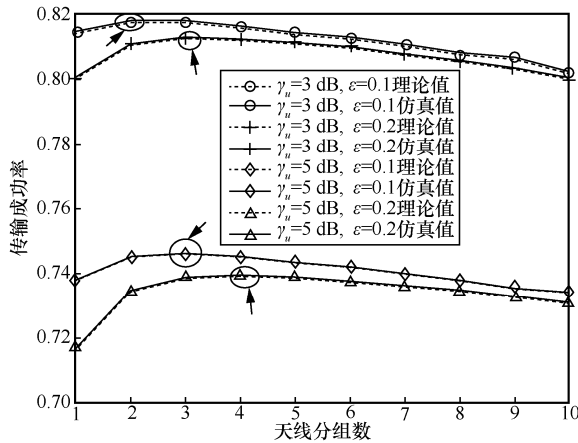


图 7 不同天线分组数下所提天线分组交替训练方案的传输成功率

图 8 展示了不同总发射功率下的传输成功率以及平均有效和频谱效率。设置  $\gamma_u = 5$  dB 且  $\varepsilon = 0.2$ 。从图 8 中可以看到，当总发射功率低于 81 dB 时，选取最优天线分组数  $k = 4$  的天线分组交替训练方案相比逐根天线交替训练方案，由于降低了系统额外时间开销，提升了系统传输成功率；而  $k = 8$  时虽然进一步降低了系统额外时间开销，但会带来训练长度的增加，导致系统的传输成功率有所损失，特别是在中高总发射功率下，如 78 dB 以上时，已低于逐根天线交替训练方案。

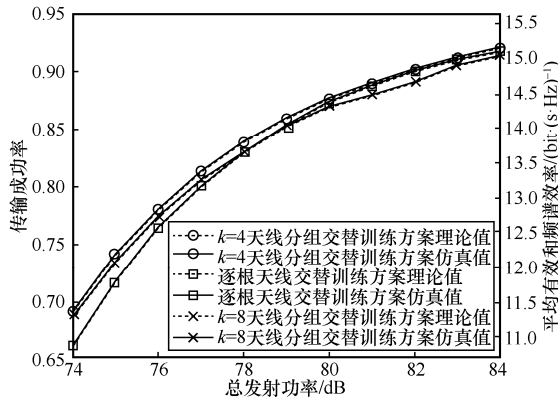


图 8 不同总发射功率下的传输成功率以及平均有效和频谱效率

### 3.3 信道误差水平对所提交替训练方案性能的影响

图 9 展示了不同信道误差水平下所提交替训练方案的平均训练长度。其中，发射功率为 75 dB，用户数为 8。从图 9 可以看到，平均训练长度的理论值与仿真值高度吻合，验证了定理 1 和定理 2 的正确性。此外，在相同的 SINR 阈值下，随着信道误差水平的增加，相同训练开销下用户的 SINR 水平的分布恶化，从而在一定程度上引起交替训练方案平均训练长度的增加。同时从图 9 也可以直接观察到，增加天线分组数会带来平均训练长度的增加。

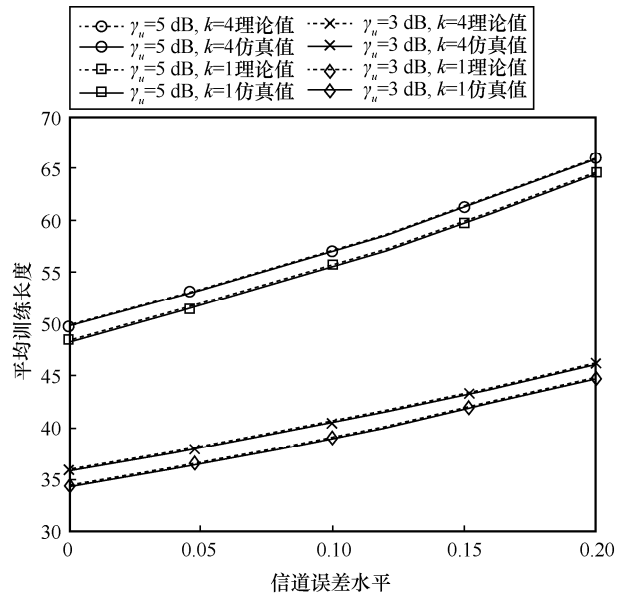


图 9 不同信道误差水平下所提交替训练方案的平均训练长度

图 10 展示了不同信道误差水平下传输成功率以及平均有效和频谱效率。其中 SINR 阈值  $\gamma_u = 5$  dB，发射功率为 75 dB，用户数为 8， $\varepsilon = 0.2$ 。从图 10 可以看到，仿真值与理论值高度吻合。对于全训练方案，由于训练天线数足够多，且需求的 SINR 阈值并不高，所考虑的最大信道误差水平 0.2 对其性能几乎没有影响。对于固定长度为 70 的部分训练方案，当信道误差水平小于 0.08 时，与全训练方案相似，其性能几乎无变化。而当信道误差水平进一步增加时性能开始下降，且下降速度逐渐增加。对于交替训练方案，性能随信道误差水平的增加呈一定的下降趋势。但相比部分训练方案以及全训练方案，其性能优势仍较明显，且采用最优天线分组数的交替训练方案相较于逐根天线交替训练方案，仍能保持一定的传输成功率以及平均有效和频谱效率的性能优势。

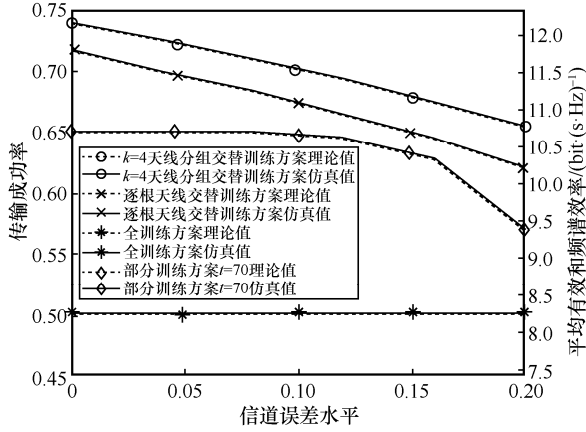


图 10 不同信道误差水平下传输成功率以及平均有效和频谱效率

### 4 结束语

本文研究了面向用户 QoS 保障的大规模 MIMO 下行多用户 ZF 预编码系统交替训练方案。对于设计的逐根天线交替训练方案，在 ZF 预编码下推导了平均训练长度、传输成功率以及平均有效和频谱效率等指标的闭合表达式。进一步考虑交替训练引入的额外时间开销问题，提出了分组长度可优化的天线分组交替训练方案，以天线分组进行交替训练的形式缩短额外时间开销，提高方案的实用性。仿真与理论结果揭示了发射功率、SINR 阈值、用户数与分组长度以及信道误差水平等关键系统参数对所提交替训练方案性能的影响；推导的各项性能指标的理论值与实际的仿真值高度一致；所提交替训练方案相比全训练方案和部分训练方案，可显著降低导频开销，提高传输成功率。

### 附录 1 天线分组交替方案下平均训练长度

同式(20)，在天线分组交替训练方案下，平均训练长度的 CDF 可以改写为

$$F_T(t) \approx \begin{cases} 0, & t < U \\ \varphi\left(U + \left\lfloor \frac{t-U}{k} \right\rfloor k\right), & U \leq t < M \\ 1, & t \geq M \end{cases} \quad (36)$$

$$\text{令 } q = \left\lfloor \frac{M-U}{k} \right\rfloor, \quad Q = \{1, \dots, q-1\}, \quad \text{当 } M = qk + U$$

时，平均训练长度的 PMF 可以表示为

$$P_T(t) \approx \begin{cases} \varphi(U), & t = U \\ 0, & t \neq nk + U, n \in Q \\ \varphi(t) - \varphi(t-k), & t = nk + U, n \in Q \\ 1 - \varphi(M-k), & t = M \end{cases} \quad (37)$$

因此平均训练长度可以表示为

$$T_{\text{ave}}^{(k)} = \sum_{t=U}^M t P_T(t) = U F_T(U) + (U+k)[F_T(U+k) - F_T(U)] + \dots + (U+qk)[F_T(U+qk) - F_T(U+qk-k)] \approx M - k \sum_{n=0}^{q-1} \varphi(U+nk) = M - k \sum_{n=0}^{q-1} \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^{nk} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} \quad (38)$$

当  $M > qk + U$  时，平均训练长度的 PMF 可以写成

$$P_T(t) \approx \begin{cases} \varphi(U), & t = U \\ 0, & t \neq nk + U, n \in Q \\ \varphi(t) - \varphi(t-k), & t = nk + U, n \in Q \\ 1 - \varphi(U+qk), & t = M \end{cases} \quad (39)$$

平均训练长度则可以表示为

$$T_{\text{ave}}^{(k)} = \sum_{t=U}^M t P_T(t) = U F_T(U) + (U+k)[F_T(U+k) - F_T(U)] + \dots + (U+qk)[F_T(U+qk) - F_T(U+qk-k)] + M[F_T(M) - F_T(U+qk)] \approx M - k \sum_{n=0}^{q-1} \varphi(U+nk) - (M-U-qk)\varphi(U+qk) = M - k \sum_{n=0}^{q-1} \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^{nk} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} - (M-U-qk) \prod_{u=1}^U e^{-\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}} \sum_{i=0}^{qk} \frac{\left(\frac{\delta_u^2 \gamma_u}{P_u \beta_u}\right)^i}{i!} \quad (40)$$

观察到，式(38)是式(40)的特殊情况，因此可以直接用式(40)表示天线分组交替训练方案的平均训练长度。定理 2 得证。

### 参考文献:

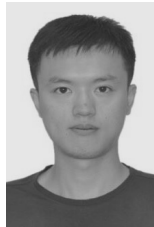
- [1] BJÖRNSON E, LARSSON E G, MARZETTA T L. Massive MIMO: ten myths and one critical question[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(2): 114-123.
- [2] ALBREEM M A, JUNTU M, SHAHABUDDIN S. Massive MIMO detection techniques: a survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019, 21(4): 3109-3132.
- [3] RAMIREDDY V, GROSSMANN M, LANDMANN M, et al. Enhancements on type-II 5G new radio codebooks for UE mobility scenarios[J]. IEEE Communications Standards Magazine, 2022, 6(1): 35-40.
- [4] WANG Z, ZHANG J, DU H, et al. Extremely large-scale MIMO: fundamentals, challenges, solutions, and future directions[J]. IEEE Wireless Communications, 2023: doi.10.1109/MWC.132.2200443.
- [5] ZHOU L, DAI J S, XU W C, et al. Sparse channel estimation for intelligent reflecting surface assisted massive MIMO systems[J]. IEEE Trans-

- actions on Green Communications and Networking, 2022, 6(1): 208-220.
- [6] SHAFI M, ZHANG J H, TATARIA H, et al. Microwave vs. millimeter-wave propagation channels: key differences and impact on 5G cellular systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2018, 56(12): 14-20.
- [7] LIU A, LAU V K N, DAI W. Exploiting burst-sparsity in massive MIMO with partial channel support information[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(11): 7820-7830.
- [8] KUAI X Y, CHEN L, YUAN X J, et al. Structured turbo compressed sensing for downlink massive MIMO-OFDM channel estimation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(8): 3813-3826.
- [9] KIM S, CHOI J W, SHIM B. Downlink pilot precoding and compressed channel feedback for FDD-based cell-free systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(6): 3658-3672.
- [10] ROSARIO M D, DING Z. Learning-based MIMO channel estimation under practical pilot sparsity and feedback compression[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(2): 1161-1174.
- [11] GUO J J, WEN C K, JIN S. Deep learning-based CSI feedback for beamforming in single- and multi-cell massive MIMO systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 39(7): 1872-1884.
- [12] KOYUNCU E, JAFARKHANI H. Interleaving training and limited feedback for point-to-point massive multiple-antenna systems[C]// Proceedings of 2015 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Piscataway: IEEE Press, 2015: 1242-1246.
- [13] KOYUNCU E, ZOU X, JAFARKHANI H. Interleaving channel estimation and limited feedback for point-to-point systems with a large number of transmit antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(10): 6762-6774.
- [14] ZHANG C, JING Y D, HUANG Y M, et al. Interleaved training and training-based transmission design for hybrid massive antenna downlink[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2018, 12(3): 541-556.
- [15] JING Y D, SHAHBAZPANAHI S, YU X W. SINR-based interleaved training design for multi-user massive MIMO downlink with MRT[C]//Proceedings of 2022 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2022: 237-242.
- [16] JING Y D, YU X W, SHAHBAZPANAHI S. Interleaved training scheme for multi-user massive MIMO downlink with user sinr constraint[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023: doi.10.1109/TCOMM.2023.3292485.
- [17] ZHANG C, JING Y D, HUANG Y M, et al. Performance analysis for massive MIMO downlink with low complexity approximate zero-forcing precoding[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(9): 3848-3864.
- [18] PARFAIT T, KUANG Y J, JERRY K. Performance analysis and comparison of ZF and MRT based downlink massive MIMO systems[C]//Proceedings of 2014 Sixth International Conference on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN). Piscataway: IEEE Press, 2014: 383-388.

[19] MUIRHEAD R J. Aspects of multivariate statistical theory[M]. New York: John Wiley & Sons, 2009.

[20] CASELLA G, BERGER R L. Statistical inference[M]. Stanford: Cengage Learning, 2021.

### [作者简介]



**张铖** (1988- )，男，安徽望江人，博士，东南大学副研究员、博士生导师，主要研究方向为无线通信系统中的空时信号处理、机器学习辅助的无线通信智能优化技术等。



**丁敏捷** (1998- )，女，江苏高邮人，东南大学硕士生，主要研究方向为低开销大规模 MIMO 信道获取。



**刘畅** (2000- )，男，安徽亳州人，东南大学硕士生，主要研究方向为低开销大规模 MIMO 信道获取。



**Yindi Jing** (1978- )，女，博士，阿尔伯塔大学教授，主要研究方向为大规模 MIMO 系统、协作中继网络、波束成形、训练设计和信道估计等。

**俞菲** (1980- )，女，江苏南京人，博士，东南大学副教授、硕士生导师，主要研究方向为通信信号处理、人工智能等。

**黄永明** (1977- )，男，江苏吴江人，博士，东南大学教授、博士生导师，主要研究方向为智能 5G/6G 移动通信、毫米波无线通信等。